«Элементы комбинаторики»

Комбинаторика - раздел математики, который изучает, какие и сколько комбинаций можно составить из определенного числа объектов, называемых элементами. Рассмотрим три типа комбинаций, которые можно составить из некоторого числа (n) различимых между собой элементов.

Тип комбинаций	Примеры решения типовых заданий	Задания
1. Перестановки Возьмем n различных элементов: A, B, C, … M; будем переставлять эти элементы всевозможными способами, оставляя неизменным их число и меняя лишь их порядок. Каждая из таких комбинаций называется перестановкой. P – число всех перестановок; n – количество элементов. $\mathbf{P_n = 1\cdot 2\cdot 3\cdot \ldots \cdot n = n!}$ *Читаем:n! – эн факториал*	**1.**Найти число перестановок из трех элементов A, B, C. *Решение:* Выпишем возможные варианты перестановок: ABC BAC CAB ACB BCA CBA. Проверим по формуле:n= 3; $P_3 = 1\cdot 2\cdot 3 = 3! = 6$ *Ответ:* 6 перестановок. **2.**Найти число перестановок из трех элементов: 1,2,3. *Решение:* выпишем возможные варианты перестановок: 123 213 312 132 231 321. Всего получилось 6 перестановок. Проверим по формуле:n= 3;$P_3 = 1\cdot 2\cdot 3 = 6$ *Ответ:* 6 перестановок. **3.**Сколькими способами можно расставить на полке 6 различных книг: *Решение*:n=6; $P_6 = 6! = 1\cdot 2\cdot 3\cdot 4\cdot 5\cdot 6 = 720$ *Ответ:* 720 различных вариантов.	**1.**Сколько слов можно составить из букв: «м», «е» «д», «и», «ц», «и», «н», «а»? **2.**В бригаде группы 12 человек. Сколькими способами можно распределить дежурство между всеми студентам группы по этажам (в здании 12 этажей, по одному дежурному на этаж) **3.**Сколько 5-тизначных чисел (без повторения цифр) можно составить из чисел: 6,3,2,0; 8. **4.**Сколькими способами можно выстроить очередь в кассу магазина, если у кассы стоят 6 человек?
Тип комбинаций	**Примеры решения типовых заданий**	**Задания**
2. Размещения Будем составлять изn различных элементов в каждой, располагая взятыеm элементов в различном порядке. Каждая группа из m элементов называется размещением из n элементов по m элементов. A – число всех размещений;	**1.**Найдите число размещений из трех элементов: 7,4,5 по два. *Решение:* выпишем возможные варианты: 74, 75, 47, 45, 57, 54 – всего 6 различных групп по 2 элемента. Проверим по формуле:n = 3;m = 2 $A_3^2 = \frac{3!}{(3-2)} = \frac{1\cdot 2\cdot 3}{1} = 6$ *Ответ:* 6 размещений. **2.**Найдите число размещений из четырех элементов: A, B, C, D	**1.**В забеге участвуют 5 спортсменов. Сколькими способами можно предсказать распределение первых трех мест между ними? **2.**В классе изучают 7 предметов, в среду 4 урока, причем все разные. Сколькими способами можно составить расписание на среду?

n- количество <u>всех</u> элементов; m- количество элементов <u>в группе.</u> $$A_n^m = \frac{n!}{(n-m)!}$$	по два. *Решение:* n = 4, m = 2 $A_4^2 = \frac{4!}{(4-2)!} = \frac{1\cdot2\cdot3\cdot4}{2!} = 3\cdot4 = 12$ *Ответ:* 12 размещений **3.** Из 10 студентов группы надо выбрать старосту, его заместителя и редактора газеты. Сколькими способами это можно сделать? *Решение:* n = 10; m= 3 $A_{10}^3 = \frac{10!}{(10-3)!} = \frac{1\cdot2\cdot3\cdot4\cdot5\cdot6\cdot7\cdot8\cdot9\cdot10}{1\cdot2\cdot3\cdot4\cdot5\cdot6\cdot7} = = 720$ *Ответ:* 720 способами.	**3.** В розыгрыше кубка страны по футболу участвуют 17 команд. Сколько существует способов распределения золотой, серебряной и бронзовой медалей?
Тип комбинаций	**Примеры решения типовых заданий**	**Задания**
3. Сочетания Изпразличных элементов будем составлятьгруппы по m элементов в каждой,не обращая внимание на порядок, но так, чтобычисло элементов не повторялось (в сочетаниях АВ и ВА считаются эквивалентными) Любая группа из n элементов поm элементов в каждой (различными считаются те, которые имеют неодинаковый состав элементов) называется сочетанием. С – число сочетаний n - количество <u>всех</u>элементов m-количество элементов <u>в группе</u> $$C_n^m = \frac{n!}{m!(n-m)!}$$	**1.** Найдите все сочетания из трех элементов: 7,4,5 по два элемента в каждом. *Решение:* Выпишем группы по 2 элемента (но 47 и 74 – эквиваленты(одинаковые) группы):74, 75, 45. Всего - 3 группы, т.е. 3 сочетания. Проверим по формуле: n=3,m=2;$C_3^2 = \frac{3!}{2!(3-2)!} = \frac{1\cdot2\cdot3}{1\cdot2\cdot1} = 3$ *Ответ:* 3 сочетания. **2.** Найдите все сочетания из пяти элементов: A,B,C,D,E по три в каждом. *Решение:* n= 5,m= 3; $C_5^3 = \frac{5!}{3!(5-3)!} = \frac{1\cdot2\cdot3\cdot4\cdot5}{1\cdot2\cdot3\cdot1\cdot2} = 10$ *Ответ:* 10 сочетаний. **3.** Сколькими способами можно выбрать из 6 человек комиссию, состоящую из трех человек? *Решение:* n= 6, m= 3; $C_6^3 = \frac{6!}{3!(6-3)!} = \frac{1\cdot2\cdot3\cdot4\cdot5\cdot6}{1\cdot2\cdot3\cdot1\cdot2\cdot3} = 20$ *Ответ:* 20 способов.	**1.** Из 10 рабочих необходимо выделить для поездки за границу 6 человек. Сколькими способами это можно сделать? **2.** На тренировке занимаются 12 баскетболистов. Сколько может быть образовано тренером различных стартовых пятерок? **3.** При встрече 12 человек обменялись рукопожатиями. Сколько сделано рукопожатий? **4.** В группе 20 человек. На дежурство в столовую надо назначит 4 дежурных. Сколькими способами это можно сделать?